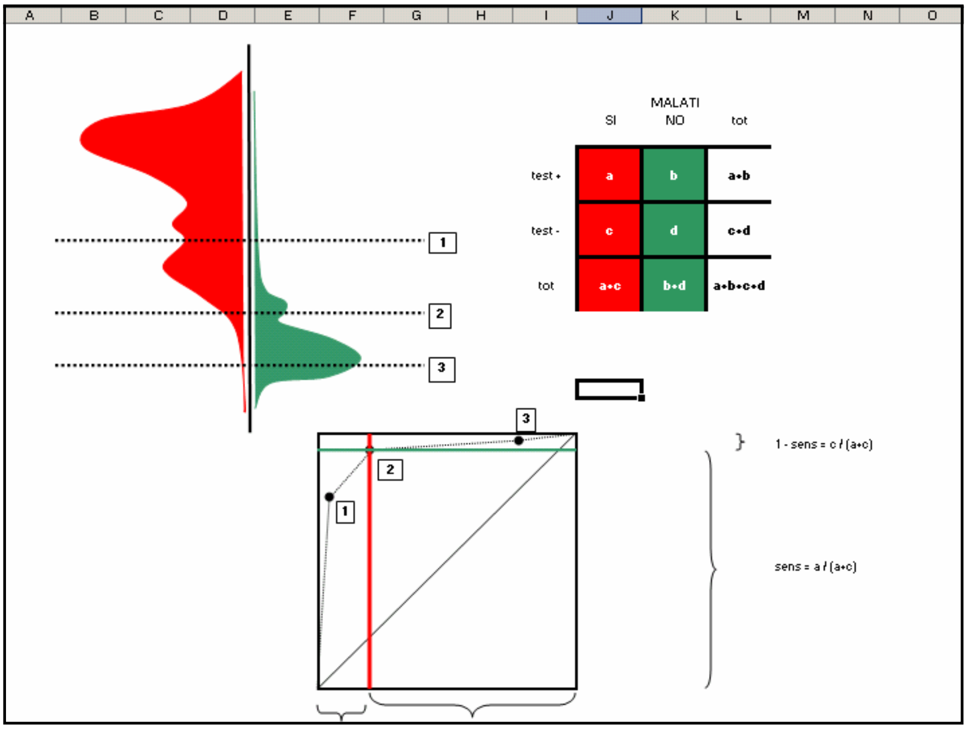
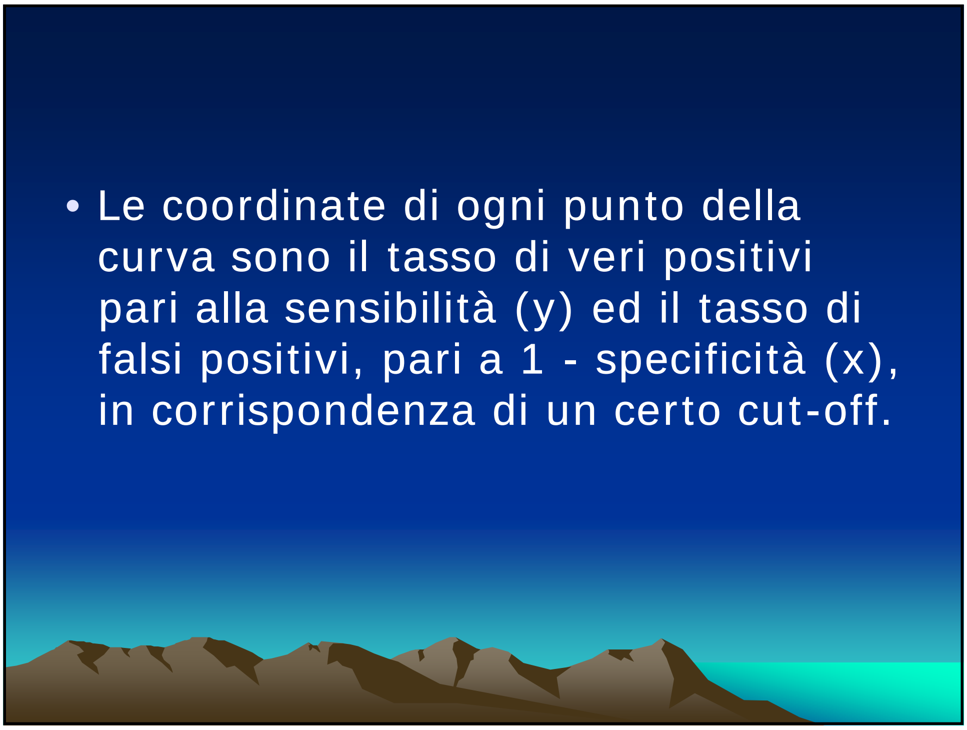
CURVE ROC

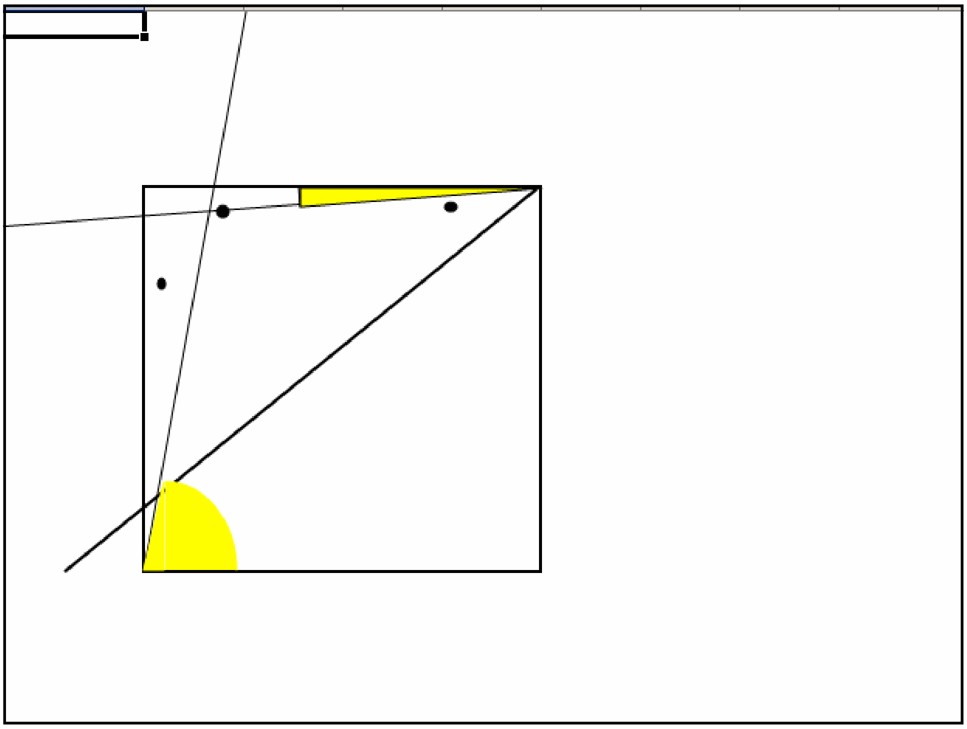
- Ordinary ROC (O-ROC)
- Frequency ROC (F-ROC)
- Expected Utility ROC (EU-ROC)

O-ROC curves (ordinary ROC)


A B C D E F G H I J K L M N O
MALATI
SI NO tot
test +
test -
tot
a b a+b
c d c+d
a+c b+d a+b+c+d
1
2
3
1 - sens = c / (a+c)
sens = a / (a+c)

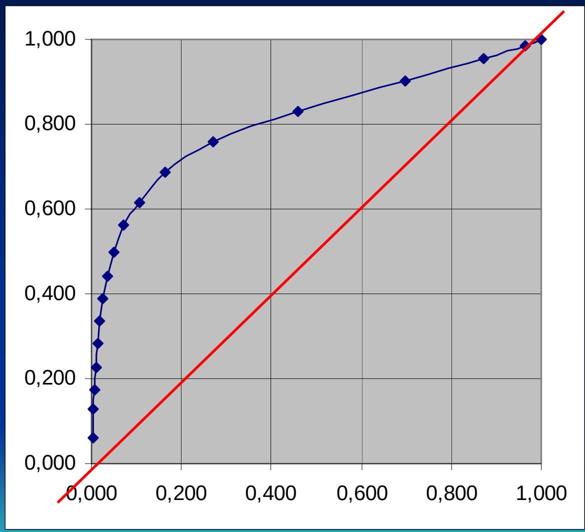

• Le coordinate di ogni punto della curva sono il tasso di veri positivi pari alla sensibilità (y) ed il tasso di falsi positivi, pari a 1 - specificità (x), in corrispondenza di un certo cut-off.

La pendenza della retta che congiunge un punto della curva con l'origine degli assi è = al rapporto di verosimiglianza del test positivo: sens/(1-spec).

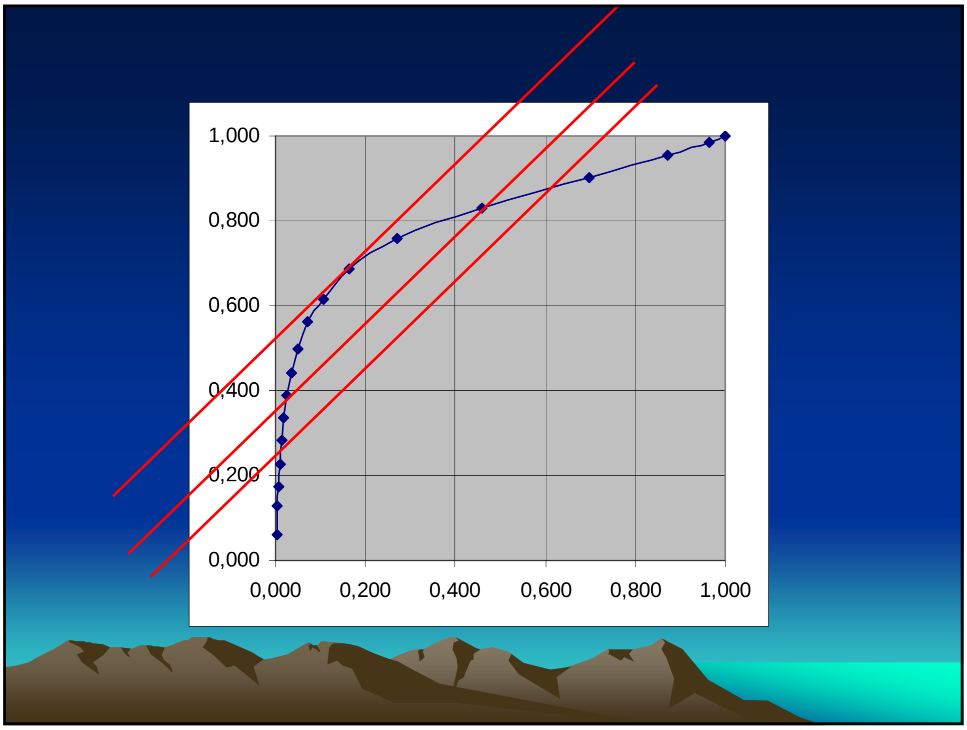


Piccoli spostamenti lungo la curva informano sulle variazioni reciproche di sensibilità e specificità per piccole variazioni del cut-off. In questo senso è importante la pendenza locale della curva (es: grande pendenza significa buon incremento di sensibilità con piccola perdita di specificità)

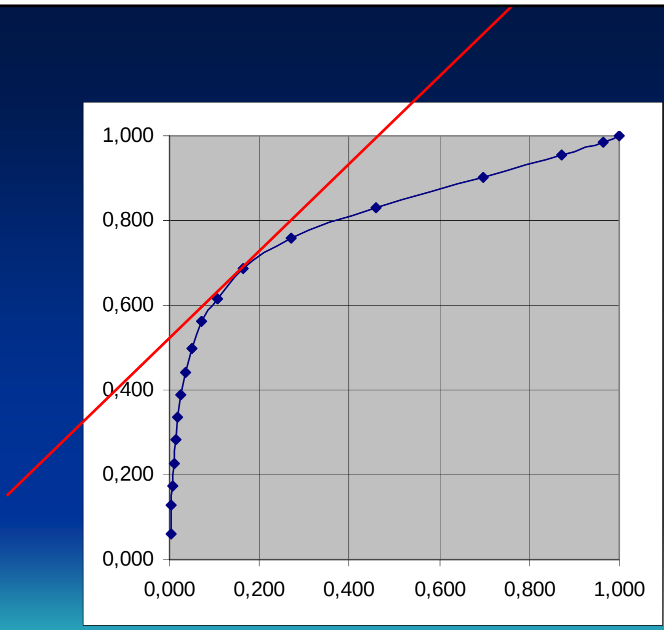
I punti che giacciono sulla diagonale principale (quella che congiunge l'origine degli assi con il punto opposto) corrispondono a cut off di utilità nulla, per i quali il rapporto di verosimiglianza è pari a 1 (diagonale di "indifferenza" del test)



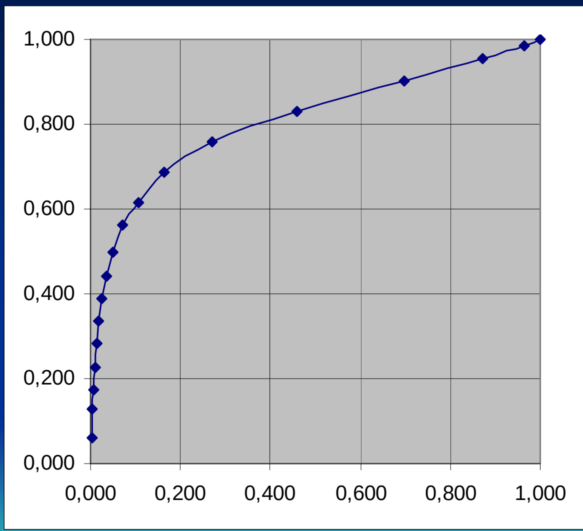
Due punti della curva situati su una retta inclinata di 45°, parallela alla diagonale "di indifferenza", hanno la stessa somma di giuste classificazioni (sens + spec = costante) e di errate classificazioni (falsi pos + falsi neg = costante).



Pertanto:
il punto più a nord-ovest della curva ROC corrisponde al miglior cut-off, nel senso di massimizzazione delle classificazioni corrette e di minimizzazione degli errori.



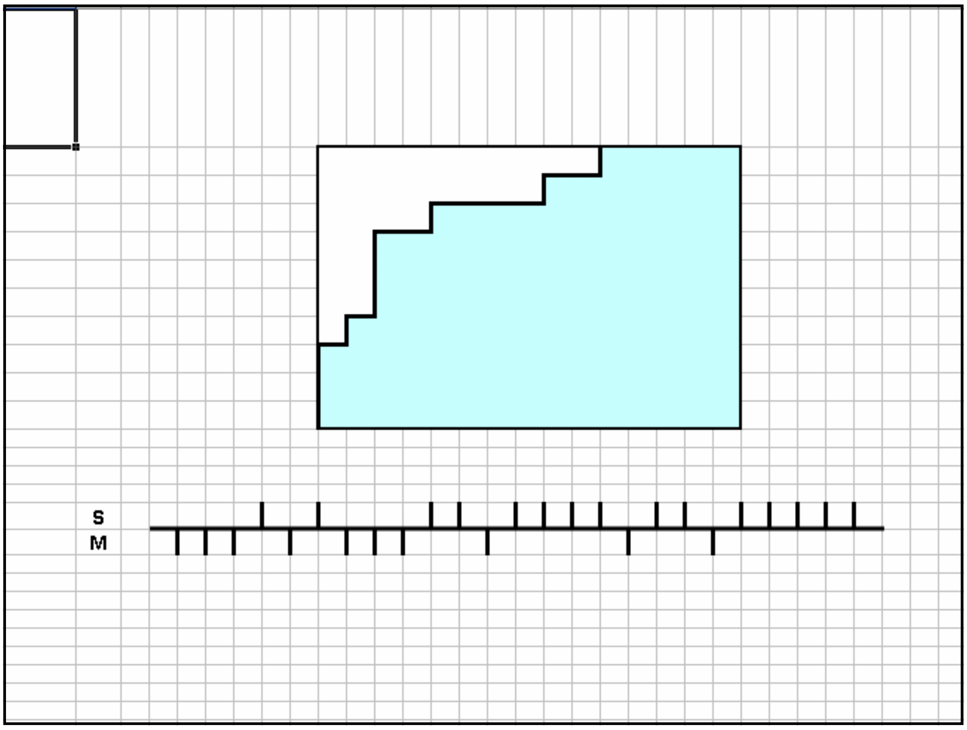
L'area sotto la curva ROC esprime il "potere diagnostico" del test ("diagnosticity"). La peggior curva possibile è quella che giace tutta sulla diagonale principale (potere informativo del test = nullo, area sotto la curva = 0,50).

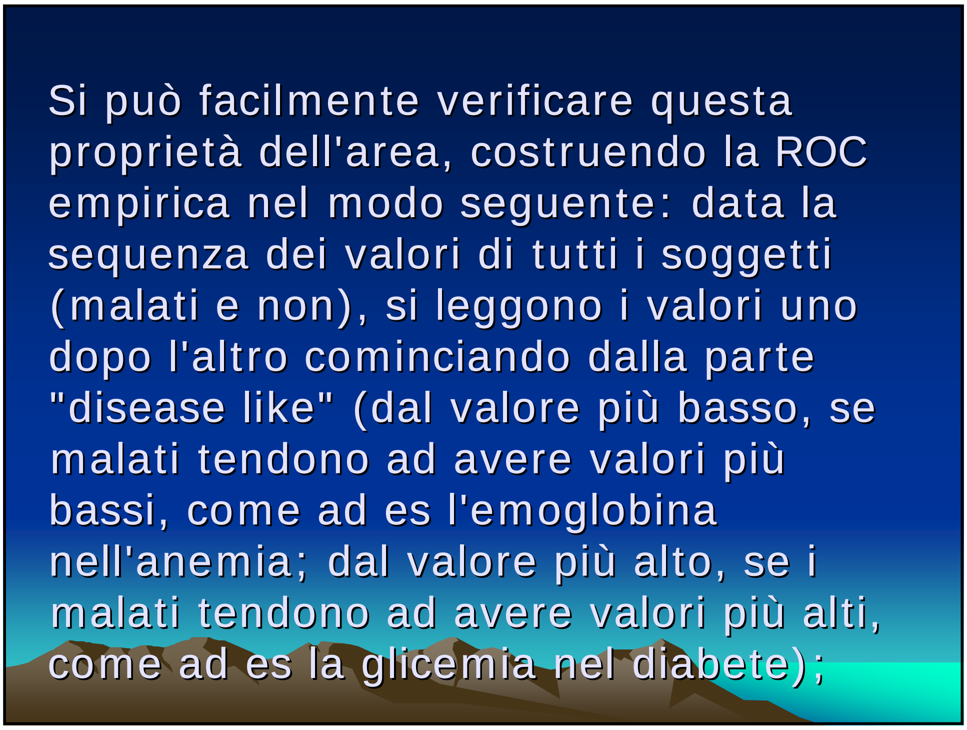


Il test è tanto migliore quanto più la ROC è spostata verso nord-ovest; il test perfetto ha una ROC che coincide con i due lati (quello a sinistra e quello in alto: potere informativo massimo, assenza di errori, area sotto la curva = 1).

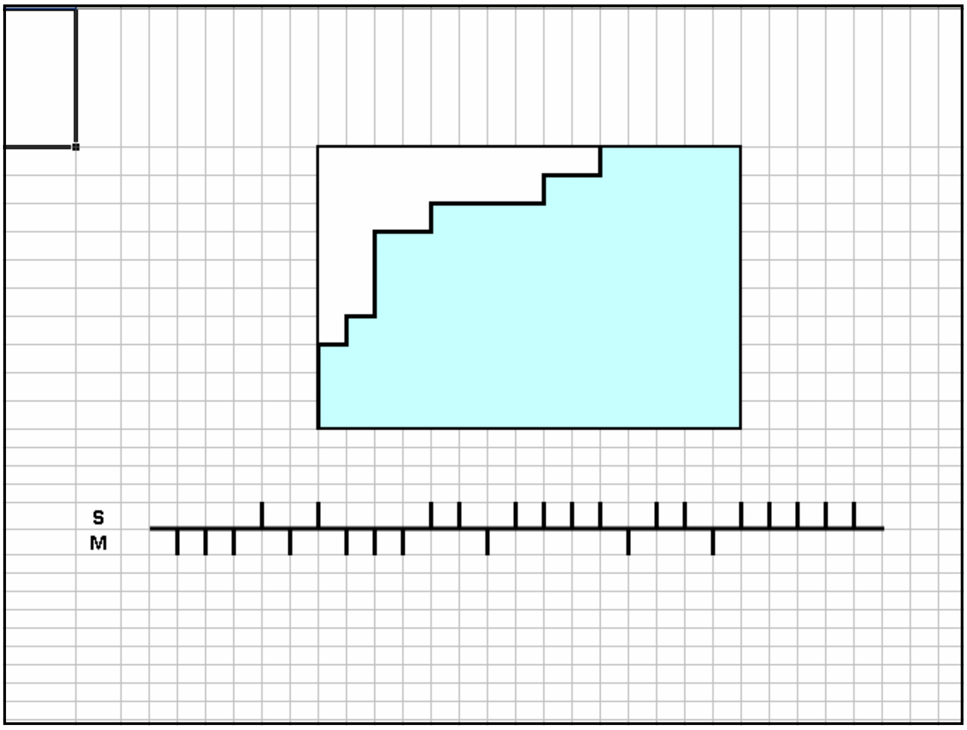
L'area sotto la ROC equivale alla probabilità, che, scelta a caso una coppia di valori qualsiasi, di cui uno estratto dal campione dei malati e l'altro dal campione dei non malati, il valore del malato sia più "disease like" rispetto al valore del non malato

(intendendo per "disease like" un valore più basso, se per il test considerato i malati tendono ad avere valori più bassi, ad es l'emoglobina nell'anemia; un valore più alto, se per il test considerato i malati tendono ad avere valori più alti, ad es la glicemia nel diabete).


S
M


Si può facilmente verificare questa proprietà dell'area, costruendo la ROC empirica nel modo seguente: data la sequenza dei valori di tutti i soggetti (malati e non), si leggono i valori uno dopo l'altro cominciando dalla parte "disease like" (dal valore più basso, se malati tendono ad avere valori più bassi, come ad es l'emoglobina nell'anemia; dal valore più alto, se i malati tendono ad avere valori più alti, come ad es la glicemia nel diabete);

per ogni malato, si traccia un trattino verticale, mentre per ogni non malato, si traccia un trattino orizzontale. La spezzata che si ottiene è la ROC empirica, avendo l'accortezza di ridimensionare gli assi e le loro scale (la O-ROC è contenuta in un quadrato, i cui lati corrispondono al 100% dei malati ed al 100% dei non malati).



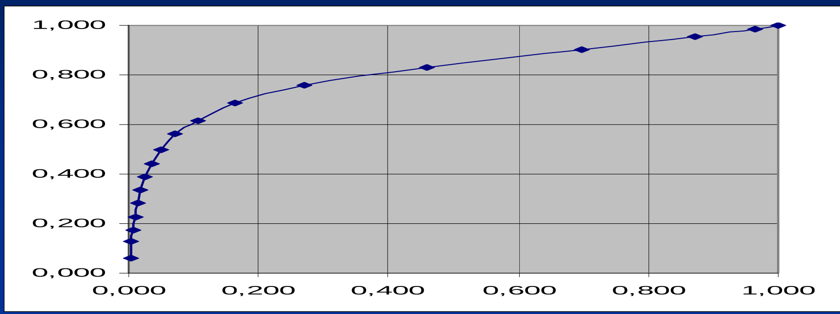
Si può poi verificare come vi sia corrispondenza tra il grafico così costruito (numero dei quadrettini che giacciono al di sotto della curva) ed il calcolo teorico di quante tra le possibili coppie di valori soddisfino la proprietà suddetta.

F-ROC curves

- Si ottengono moltiplicando gli assi per la probabilità p di malattia e (1 - p) di non malattia:

$$y = p \times sens$$

$$x = (1- p) \times (1 - spec)$$



Viene così restituita la reale dimensione pratica nella quale il test viene solitamente applicato (una cosa è provare un test su 100 sani e 100 malati, un'altra applicarlo in una situazione in cui la probabilità pre-test non è del 50%, ma del 10%, dell'1%, ...)

La pendenza della retta che congiunge un punto della curva con l'origine degli assi è = al post-test odds, o rapporto tra veri e falsi positivi.

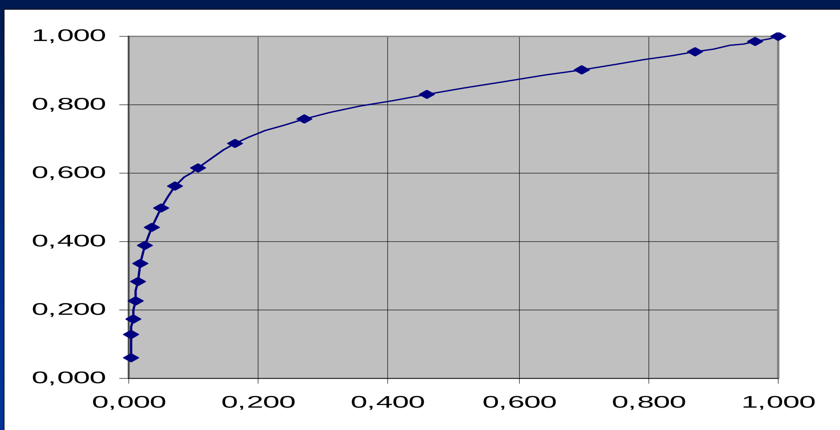
il punto più a nord-ovest della curva ROC corrisponde al miglior cut-off, nel senso di massimizzazione del numero di soggetti classificati correttamente (e di minimizzazione del numero di soggetti con diagnosi falsa).

EU-ROC curves

- Si ottengono moltiplicando gli assi di una F-ROC per un valore di utilità attesa (EU = expected utility) derivante dalla corretta diagnosi (o utilità perduta in caso di diagnosi errata).

$$y = B \times p \times \text{sens}$$

$$x = C \times (1-p) \times (1 - \text{spec})$$



$$y = B \times p \times sens$$

$$x = C \times (1 - p) \times (1 - spec)$$

(B = beneficio medio legato alla scoperta di un caso di malattia)

(C = costo medio di un falso positivo)

La pendenza della retta che congiunge un punto della curva con l'origine degli assi è = al "post-test expected regret ratio" il punto più a nord-ovest della curva ROC corrisponde al miglior cut-off, nel senso di massimizzazione dell'utilità attesa.